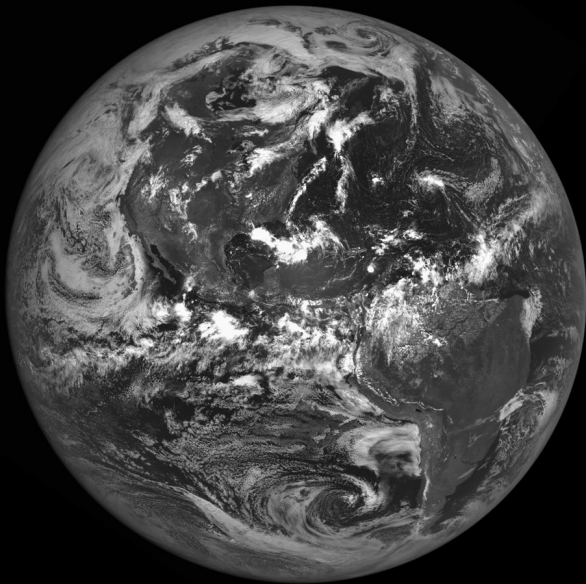


Le chaos et les fractales : une fratrie née de l'ordre

Arnaud Chéritat

CNRS, Univ. Toulouse

Novembre 2011



LROC_MOC 2010-08-09T17:21:44.157 UTC
E13801371R.L
NASA/GSFC/Arizona State University

Un gaz est constitué de molécules.

Un gaz est constitué de molécules.

Une molécule d'air a un comportement très aléatoire: à notre altitude, elle se déplace à environ 2000 km/h et subit environ un milliard de collisions par seconde.

De plus, l'atmosphère terrestre est constituée d'une quantité faramineuse de molécules (dans les 100 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000).

Un gaz est constitué de molécules.

Une molécule d'air a un comportement très aléatoire: à notre altitude, elle se déplace à environ 2000 km/h et subit environ un milliard de collisions par seconde.

De plus, l'atmosphère terrestre est constituée d'une quantité faramineuse de molécules (dans les 100 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000).

On ne peut donc pas simuler l'atmosphère terrestre au niveau moléculaire, même avec des superordinateurs.

Changeons de point de vue.

La *loi des gaz parfaits* relie la pression, la densité et la température de certains types de gaz (au repos) :

$$PV=nRT$$



Changeons de point de vue.

La *loi des gaz parfaits* relie la pression, la densité et la température de certains types de gaz (au repos) :

$$PV=nRT$$

Où est passé le hasard ?



Changeons de point de vue.

La *loi des gaz parfaits* relie la pression, la densité et la température de certains types de gaz (au repos) :

$$PV=nRT$$

Où est passé le hasard ?

C'est le phénomène appelé *loi des grands nombres* : les variations individuelles s'ajoutent mais *en moyenne* elles s'effacent.



Changeons de point de vue.

La *loi des gaz parfaits* relie la pression, la densité et la température de certains types de gaz (au repos) :

$$PV=nRT$$

Où est passé le hasard ?

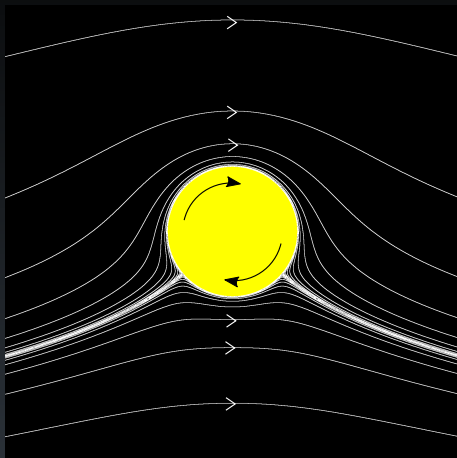
C'est le phénomène appelé *loi des grands nombres* : les variations individuelles s'ajoutent mais *en moyenne* elles s'effacent.

Rien qu'un litre de gaz contient déjà en gros 10 000 000 000 000 000 000 000 molécules. C'est pourquoi nous ne détectons pas leurs variations individuelles.



À notre échelle, l'air se comporte de façon *déterministe*.

À notre échelle, l'air se comporte de façon *déterministe*.



Un paradigme naïf

Partie 1:

acteurs au comportement aléatoire
+
un très gd nb d'acteurs → un comportement très aléatoire

Partie 2:

des systèmes simples et non aléatoires
+
un petit nombre d'acteurs → un comportement prédictible

Un paradigme naïf

Partie 1:

acteurs au comportement aléatoire

+

un très grand nombre d'acteurs

→

un comportement très aléatoire

Loi des grands nombres

Partie 2:

des systèmes simples et non aléatoires

+

un petit nombre d'acteurs

→

un comportement prédictible

Un paradigme naïf

Partie 1:

acteurs au comportement aléatoire

+

un très grand nombre d'acteurs

→

un comportement très aléatoire

Loi des grands nombres

Partie 2:

des systèmes simples et non aléatoires

+

un petit nombre d'acteurs

→

un comportement prédictible

Chaos

Le chaos.

Fichier : movies.pdf

L'obstacle démultiplie les écarts de trajectoire à chaque rebond.

L'obstacle démultiplie les écarts de trajectoire à chaque rebond.

Commenter ce qui se passe avec un système qui multiplie par 3 les écarts à chaque étape.

L'obstacle démultiplie les écarts de trajectoire à chaque rebond.

Commenter ce qui se passe avec un système qui multiplie par 3 les écarts à chaque étape.

C'est la dépendance sensible aux conditions initiales.

La recette du chaos : expansion dans un espace limité.



La recette du chaos : expansion dans un espace limité.

Précédemment :

- expansion = divergence $\times 3$ des traj. à chq. rebond sur l'obstacle
- espace limité = la table de billard



La recette du chaos : expansion dans un espace limité.



Précédemment :

- expansion = divergence $\times 3$ des traj. à chq. rebond sur l'obstacle
- espace limité = la table de billard

Marque du chaos : dépendance sensible aux conditions initiales.

Fichier : mix.mov et Programme : main.exe



Dans certaines conditions



Exemple : l'atmosphère terrestre.

Les fractales.

Le chaos peut naître de la répétition à l'infini d'une règle simple et déterministe.

Il en est de même pour certaines fractales.

Les fractales.

Le chaos peut naître de la répétition à l'infini d'une règle simple et déterministe.

Il en est de même pour certaines fractales.

Archétype : le flocon de Von Koch.

Les fractales.

Le chaos peut naître de la répétition à l'infini d'une règle simple et déterministe.

Il en est de même pour certaines fractales.

Archétype : le flocon de Von Koch.

Règle de substitution : 

Les fractales.

Le chaos peut naître de la répétition à l'infini d'une règle simple et déterministe.

Il en est de même pour certaines fractales.

Archétype : le flocon de Von Koch.

Règle de substitution : 

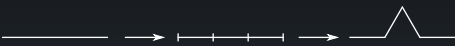


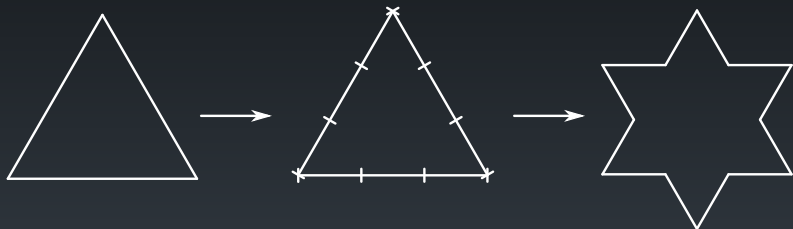
Les fractales.

Le chaos peut naître de la répétition à l'infini d'une règle simple et déterministe.

Il en est de même pour certaines fractales.

Archétype : le flocon de Von Koch.

Règle de substitution : 

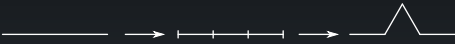


Les fractales.

Le chaos peut naître de la répétition à l'infini d'une règle simple et déterministe.

Il en est de même pour certaines fractales.

Archétype : le flocon de Von Koch.

Règle de substitution : 

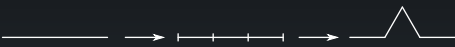


Les fractales.

Le chaos peut naître de la répétition à l'infini d'une règle simple et déterministe.

Il en est de même pour certaines fractales.

Archétype : le flocon de Von Koch.

Règle de substitution : 

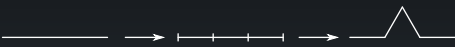


Les fractales.

Le chaos peut naître de la répétition à l'infini d'une règle simple et déterministe.

Il en est de même pour certaines fractales.

Archétype : le flocon de Von Koch.

Règle de substitution : 



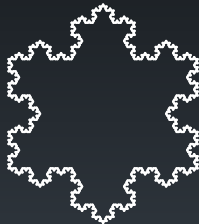
Les fractales.

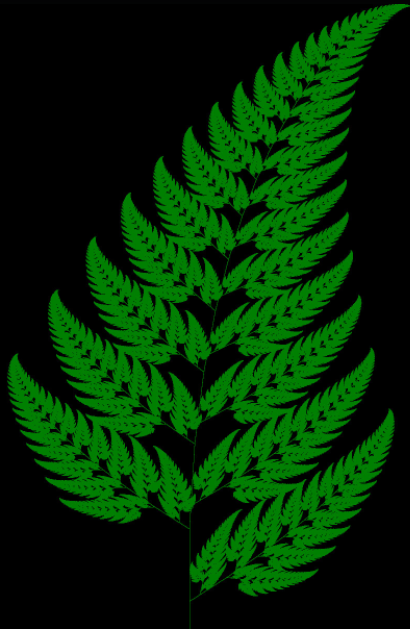
Le chaos peut naître de la répétition à l'infini d'une règle simple et déterministe.

Il en est de même pour certaines fractales.

Archétype : le flocon de Von Koch.

Règle de substitution : 

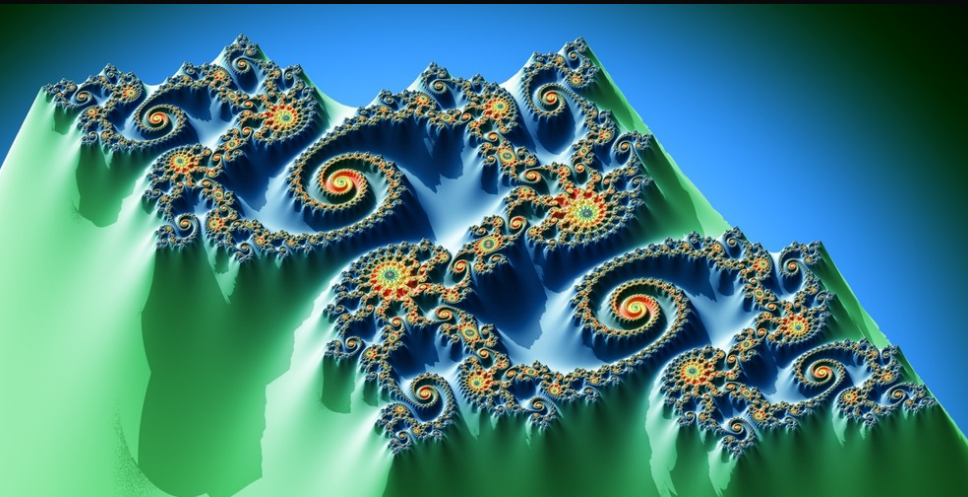


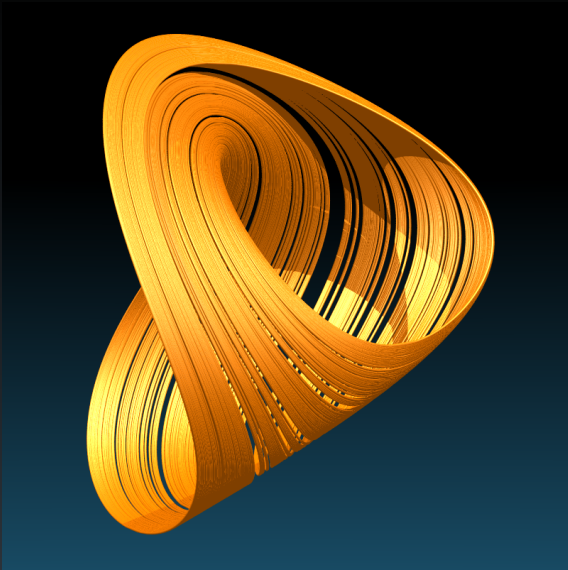




*Les systèmes dynamiques :
Fractale et Chaos main dans la main.*

Programme : BAF.exe avec $c=(-0.37,0.57)$ et auto redraw = false





Crédits images :

planète Terre : NASA, photo prise par Lunar Reconnaissance Orbiter

gaz de billes bleues et rouges sur fond blanc : Wikipedia

cuisiot : Internet

expérience de mélange : thèse d'Emmanuelle Gouillart

fougère de Barnsley : Gary Hammock

branches d'arbre : Ardfern via Wikimedia Commons

ensemble de Julia mis en relief : Jos Leys

attracteur étrange : Safieddine Bouali et Jos Leys, dans Images des Mathématiques

les autres images, les animations et les programmes sont de l'auteur.